

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „ARGUMENT”
CLASA a VIII-a
24 ianuarie 2026

La problemele 1 – 8 se scriu pe foaia de concurs doar literele corespunzătoare răspunsului considerat corect. Fiecare problemă are un singur răspuns corect.

- (5p) 1. Dacă $x = \sqrt{17-12\sqrt{2}} + a \cdot \sqrt{6-4\sqrt{2}} \in \mathbb{Z}$, atunci valoarea numărului rațional a este:
 a) 2 b) -2 c) -1 d) -0,5
- (5p) 2. Dacă intervalul $(a,b); a,b \in \mathbb{R}$ conține exact trei numere întregi, atunci cea mai mare valoare a numărului $b-a$ este:
 a) 3 b) 3,9 c) 4 d) 4,9
- (5p) 3. Dacă $\sqrt{4\sqrt{6}+6\sqrt{10}+12\sqrt{15}+59} = a\sqrt{2}+b\sqrt{3}+c\sqrt{5}$, unde $a,b,c \in \mathbb{N}$, atunci $a \cdot b \cdot c$ este:
 a) 4 b) 8 c) 6 d) 12
- (5p) 4. Dacă $x, y \geq 0, x+2y=1$ atunci valoarea minimă a expresiei $x^2+x^3+4y^2+8y^3$, este:
 a) 2 b) 0,5 c) 0,375 d) 0,75.
- (5p) 5. Fie $a,b \in \mathbb{N}$. În vârfurile unui cub se trec numerele 1,2,3,4,5,6, a și b , iar în centrul fiecărei fețe se trece media aritmetică a numerelor scrise în fiecare vârf al feței. Dacă suma numerelor scrise în toate centrele fețelor este 24, atunci $a+b$ este:
 a) 15 b) 10 c) 11 d) 3
- (5p) 6. Fie $ABCD$ o piramidă triunghiulară regulată, punctele E,F și G sunt mijloacele muchiilor AC,BC respectiv BD . Dacă $EG=AB$, atunci măsura unghiului $\sphericalangle EGF$ este:
 a) 60° b) 45° c) 30° d) 48°
- (5p) 7. În piramida patrulateră regulată $VABCD$ semidreptele $[AE]$ și $[AF]$ sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle VAD$ și $\sphericalangle VAB$, unde $E \in VD$ și $F \in VB$. Dacă $AB=6cm$ și $\sphericalangle AVC=90^\circ$, atunci lungimea segmentului $[EF]$ este:
 a) $3\sqrt{2}cm$ b) $4\sqrt{2}cm$ c) $3cm$ d) $4cm$
- (5p) 8. În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ avem $AB=6cm, BC=6\sqrt{2}cm, AA'=5cm$. Distanța dintre centrele de greutate ale triunghiurilor $A'BD$ și $B'AC$ este:
 a) $2cm$ b) $2\sqrt{2}cm$ c) $4cm$ d) $3cm$

La următoarele probleme se cer soluțiile complete.

- (10p) 9. a) Arătați că pentru orice numerele reale a și b are loc relația $|a-b| \geq |a|-|b|$.
- (10p) b) Aflați numerele reale $x_1, x_2, \dots, x_n$ care verifică relația:
 $|4x_1+x_2|+|4x_2+x_3|+\dots+|4x_{n-1}+x_n|+|4x_n+x_1|=2(|x_1|+|x_2|+\dots+|x_n|).$
10. Fie $VABC$ un tetraedru cu $VA=VB$ și M un punct în interiorul triunghiului ABC . Ducem $MN \parallel VA, N \in (VBC)$ și $MP \parallel VB, P \in (VAC)$.
- (10p) a) Demonstrați că dreapta NP este paralelă cu planul (VAB) .
- (20p) b) Dacă $MN=MP$, demonstrați că triunghiurile $\triangle AMC$ și $\triangle BMC$ au aceeași arie.

Notă: **Timpul de lucru: 2 ore și 30 de minute**
 Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUCCES !

BAREM DE CORECTARE clasa a VIII-a

1	2	3	4	5	6	7	8
b	c	c	d	c	c	a	a

9) a) Metoda I.

Dacă $a, b \geq 0$ inegalitatea devine $|a-b| \geq a-b$ care este adevărată..... (3p)

Dacă $a, b < 0$ inegalitatea devine $|a-b| \geq -a+b \Leftrightarrow |b-a| \geq b-a (A)$ (3p)

Dacă $a \geq 0$ și $b < 0$ inegalitatea devine $\left| \begin{matrix} a-b \\ >0 \end{matrix} \right| \geq a+b \Leftrightarrow a-b \geq a+b \Leftrightarrow 0 \geq 2b (A)$ (2p)

Dacă $a < 0, b \geq 0$ inegalitatea devine $\left| \begin{matrix} a-b \\ <0 \end{matrix} \right| \geq -a-b \Leftrightarrow -a+b \geq -a-b \Leftrightarrow 2b \geq 0 (A)$ (2p)

Metoda II

Se știe că $|x|+|y| \geq |x+y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$.

Pentru $x = a-b$ și $y = b \Rightarrow |a-b|+|b| \geq |a-b+b| \Rightarrow |a-b| \geq |a|-|b|$.

b) Din **a)** $\Rightarrow |a+b| = |a-(-b)| \geq |a|-|-b| = |a|-|b| \Rightarrow |a+b| \geq |a|-|b|$ (4p)

Atunci $|4x_1+x_2| \geq |4x_1|-|x_2| = 4|x_1|-|x_2|$

$$|4x_2+x_3| \geq |4x_2|-|x_3| = 4|x_2|-|x_3|$$

$$|4x_{n-1}+x_n| \geq |4x_{n-1}|-|x_n| = 4|x_{n-1}|-|x_n|$$

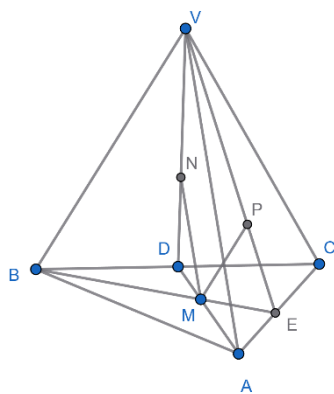
$$|4x_n+x_1| \geq |4x_n|-|x_1| = 4|x_n|-|x_1|$$

Adunând aceste inegalități se obține:

$$|4x_1+x_2|+|4x_2+x_3|+\dots+|4x_{n-1}+x_n|+|4x_n+x_1| \geq 3(|x_1|+|x_2|+\dots+|x_n|)$$

$$\Leftrightarrow 2(|x_1|+|x_2|+\dots+|x_n|) \geq 3(|x_1|+|x_2|+\dots+|x_n|) \Leftrightarrow |x_1|+|x_2|+\dots+|x_n| \leq 0 \Leftrightarrow x_1=x_2=\dots=x_n=0,$$

care verifică egalitatea dată..... (6p)



$$10. \text{ a) } \begin{cases} MN \parallel VA \\ VA \subseteq (VAB) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (VAB)$$

$$\begin{cases} MP \parallel VB \\ VB \subseteq (VAB) \end{cases} \Rightarrow MP \parallel (VAB)$$

$$\Rightarrow (MNP) \parallel (VAB) \Rightarrow NP \parallel (VAB) \dots\dots\dots(10p)$$

b) Fie $AM \cap BC = \{D\}$ și $BM \cap AC = \{E\}$, atunci punctele A, V, M, N sunt coliniare și $D \in (AMV) \cap (VBV)$, deci intersecția planelor (AMN) și (VBC)

este dreapta $VD \Rightarrow N \in VD$. Analog $P \in VE$.

$$\text{Din } MN \parallel VA \Rightarrow \triangle DMN \sim \triangle DAV \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{MN}{VA} \quad (1)$$

$$MP \parallel VB \Rightarrow \triangle EMP \sim \triangle EBV \Rightarrow \frac{EM}{EB} = \frac{MP}{VB} \quad (2) \dots\dots\dots(10p)$$

$$\text{Din } (1), (2), MN = MP \Rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{EM}{EB} \stackrel{R.T.Th}{\Rightarrow} DE \parallel AB \Rightarrow ABDE \text{ e trapez.}$$

Se știe că în orice trapez intersecția diagonalelor, intersecția laturilor neaparalele și mijloacele bazelor sunt patru puncte coliniare. Atunci CM este mediană în triunghiul CAB , deci $\triangle CMA$ și $\triangle CMB$ au aceeași arie.....(10p)