



CONCURSUL „ARGUMENT” CLASA a VII-a 24 ianuarie 2026

La problemele 1 – 8 se scriu pe foaia de concurs doar literele corespunzătoare răspunsului considerat corect. Fiecare problemă are un singur răspuns corect.

- (5p) 1. Produsul elementelor mulțimii $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{20}{3x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$ este:
a) 8000 b) -8000 c) 0 d) -42
- (5p) 2. Numărul numerelor naturale $n \geq 9$, pentru care $\sqrt{n-9} + \sqrt{n+10} \in \mathbb{N}$ este:
a) 9 b) 1 c) 10 d) o infinitate
- (5p) 3. Dacă $a = \frac{2}{3\sqrt{2}}$, $b = \frac{3}{4\sqrt{3}}$, $c = \frac{6}{7\sqrt{6}}$, atunci cel mai mic $n \in \mathbb{N}^*$, pentru care $\sqrt{\frac{nabc}{8}} \in \mathbb{Q}$, este:
a) 6 b) 7 c) 8 d) 20
- (5p) 4. Cel mai mic număr natural n pentru care $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} > 4$ este:
a) 15 b) 20 c) 25 d) 16
- (5p) 5. Dacă I este centrul cercului înscris în triunghiul echilateral ABC , de latură 1, atunci $AI^2 + BI^2 + CI^2$ este:
a) 1 b) 3 c) $\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{3}$
- (5p) 6. În triunghiul ABC se prelungeste AB cu $BM = \frac{1}{2}AB$, iar N este mijlocul lui (AC) și $\{P\} = MN \cap BC$. Dacă $BC = xBP$, atunci x este:
a) 2 b) 3 c) 5 d) 4
- (5p) 7. În pătratul $ABCD$, M este mijlocul laturii AB , $DB \cap CM = \{N\}$, $MN = 5$ cm. Perimetrul pătratului este:
a) $12\sqrt{5}$ cm b) $24\sqrt{5}$ cm c) $25\sqrt{5}$ cm d) 10 cm
- (5p) 8. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic cu $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, $AB = 80$ cm, $CD = CB = 50$ cm. Distanța de la A la BC este:
a) 60 cm b) 64 cm c) 55 cm d) $10\sqrt{119}$ cm

La următoarele probleme se cer soluțiile complete.

(10p) 9.a) Arătați că $\sqrt{n} + \sqrt{n+2} < 2\sqrt{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$;

(15p) b) Aflați partea întreagă a numărului $A = \frac{\sqrt{1}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{4}}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{\sqrt{2024}+\sqrt{2026}}{\sqrt{2025}}$.

10. Fie M, N mijloacele laturilor (AD) respectiv (DC) ale rombului $ABCD$, astfel încât $AN \perp BM$, iar $\{G_1\} = BD \cap AN$, $\{G_2\} = AC \cap BM$. Arătați că:

(10p) a) $G_1G_2 \perp AB$;

(15p) b) Știind că $AB = a$, aflați lungimea segmentului G_1G_2 .

Notă: Timpul de lucru: 2 ore și 30 minute. Se acordă 10 puncte din oficiu. SUCCES !



BAREM clasa a VII-a

1	2	3	4	5	6	7	8
c	b	b	c	a	d	b	b

9. a) $n + n + 2 + 2\sqrt{n(n+2)} < 4n + 4$ (5p)

$\sqrt{n(n+2)} < n + 1$ (2p)

$n^2 + 2n < n^2 + 2n + 1$ (A)(3p)

b) Din punctul a), rezultă: $A < \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{2024} = 4048$ (3p)

$A = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) + \dots + \left(\frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{2024}} + \frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{2025}} \right) + \frac{\sqrt{2026}}{\sqrt{2025}} \geq$ (5p)

$\geq 0 + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{2023} + \frac{\sqrt{2026}}{\sqrt{2025}} \geq 4046 + 1 = 4047$ (5p)

$4047 \leq A < 4048 \Rightarrow [A] = 4047$ (2p)

10.a) Fie $\{O\} = AC \cap BD$. Avem $AO \perp BG_1$ și $BG_2 \perp AG_1$, deci G_2 este ortocentrul triunghiului ABG_1 . Rezultă că $G_1G_2 \perp AB$ (1).....(10p)

b) $G_1 = \text{centrul de greutate al triunghiului } ACD \Rightarrow \frac{OG_1}{OD} = \frac{1}{3}$ (2).....(5p)

$G_2 = \text{centrul de greutate al triunghiului } ABD \Rightarrow \frac{OG_2}{OA} = \frac{1}{3}$ (3).....(5p)

În triunghiul G_1OG_2 : $G_1G_2^2 = OG_1^2 + OG_2^2 = \frac{OD^2 + OA^2}{9} = \frac{a^2}{9} \Rightarrow G_1G_2 = \frac{a}{3}$ (5p)