CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „ARGUMENT”

Baia Mare, 19 noiembrie 2022

CLASA a V-a

La problemele 1-8, scrieți pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

(5p) **1.** Numărul natural x care verifică egalitatea

$2020-\{2-[2-(57-x):2]:2022\}+4=2022$ este:

a) 57 b) 53 c) 35 d) 17

(5p) **2.** Suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 17 dau restul egal cu câtul este:

a) 4248 b) 2848 c) 2488 d) 2448

(5p) **3.** Numărul de numere naturale $\overline{abc}$ pentru care $a^2+b^2+c^2=29$ este:

a) 10 b) 12 c) 13 d) 14

(5p) **4.** Produsul numerelor naturale $\overline{ab}$ pentru care numărul $A=\overline{ab}+2\cdot\overline{ba}+3\cdot a+4\cdot b$ este pătrat perfect, este egal cu:

a) 2856 b) 2658 c) 2965 d) 8256

(5p) **5.** Restul împărțirii numărului $A=77\underbrace{99...99}_{2022\,cifre}$ la 26 este:

a) 1 b) 23 c) 25 d) 27

(5p) **6.** Ultimele două cifre ale numărului $A=1+7+7^2+7^3+...+7^{2021}+7^{2022}$ sunt:

a) 56 b) 57 c) 66 d) 08

(5p) **7.** Suma cifrelor numărului $n=9+99+999+...+\underset{de\,115\,ori}{99...9}$ este:

a) alt răspuns b) 136 c) 135 d) 134

(5p) **8.** Numărul $\left[\left(5^2\right)^9:25^8+5^0\right]:2+4^3$ este:

a) 25 b) 77 c) 67 d) 76

La problemele 9 şi 10 redactaţi rezolvările complete.

(25p) **9.** Fie x și y numere naturale astfel încât $5\cdot x+6\cdot y=101$. Aflați cea mai mică și cea mai mare valoare a produsului $x\cdot y$.

(25p) **10.** Se consideră n numere naturale consecutive, $n\geq 2$. Suma resturilor împărțirii celor n numere la 13 este 2022. Aflați toate valorile posibile pentru n.

Notă: Timpul de lucru este 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Succes!

Barem

1	2	3	4	5	6	7	8
b	d	a	a	c	b	c	b

9. Cum $6\cdot y$ este par, 101este impar, va rezulta că $5\cdot x$ este impar, deci x este impar (1)........5p

Din $5\cdot x+6\cdot y=101\Rightarrow 5\cdot x\leq 101\Rightarrow x\leq 20\overset{(1)}{\Rightarrow} x\in\{1,3,5,7,...,17,19\}$ 5p

Verificând, sau cu alt argument, se obțin soluțiile:

$x=1, y=16$; $x=7, y=11$; $x=13, y=6$; $x=19, y=1$. 10p

Atunci $x\cdot y$ este 16, 77, 78 sau 19, deci valoarea minimă este 16 și cea maximă este 78...........5p

10. Fie $r_1, r_2, ..., r_n$ resturile obținute prin împărțirea celor n numere la 13, deci $S=r_1+r_2+...+r_n=2022$.

Resturile împărțirii a 13 numere naturale consecutive la 13 sunt 0,1,2,3,...,11,12, nu neapărat în această ordine (de exemplu, acestea pot fi 5,6,7,...,11,12,0,1,2,3,4 etc.). Suma acestor resturi este $s=1+2+...+12=78$ 5p

Împărțim numerele date în grupe de câte 13 numere consecutive, exceptând eventual ultima grupă. Atunci $S=78\cdot g+r$, unde g este egal cu numărul de grupe și r reprezintă suma resturilor din grupa incompletă...3p

Cum $S=2022=78\cdot 25+72$, vor fi 25 de grupe cu resturile distincte de la o la 12, deci $25\cdot 13=325$ de numere (în grupele complete). 5p

Mai există o grupă cu suma resturilor 72..3p

Deoarece $s=78$ și 78-72=6, lipsesc resturile consecutive cu suma 6.......................................3p

Cum $6=3+2+1=3+2+1+0$, ultima grupă poate avea 12 numere(lipsește un număr ce dă restul 6 la împărțirea cu 13), 10 numere sau 9 numere...3p

Valorile posibile pentru n sunt: 325+12=337 sau 325+10=335 sau 325+9=334.......................3p