CONCURSUL „ARGUMENT”
Baia Mare, 2 noiembrie 2019

CLASA a VI-a

La problemele 1-8, scrieţi pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

(5p) **1**. Suma dintre cel mai mare divizor propriu şi cel mai mic divizor propriu al numărului 36 este:

a) 37 b) 19 c) 20 d) 32

(5p) **2.** Numărul fracţiilor echivalente cu $\frac{17}{89}$ şi care au numărătorul şi numitorul de trei cifre este:

a) 2 b) 4 c) 6 d) 7

(5p) **3.** Dacă m şi n sunt două numere naturale nenule, astfel încât $75m = n^3$, care este valoarea minimă a lui $m + n$?

a) 3420 b) 15 c) 45 d) 60

(5p) **4.** Suplementul complementului unghiului de măsură $49^\circ 30'$ este:

a) $131^\circ 30'$ b) $30^\circ 30'$ c) $49^\circ 30'$ d) $139^\circ 30'$

(5p) **5.** Un număr natural x are exact 4 divizori naturali, iar produsul divizorilor naturali este 1089. Suma cifrelor lui x este:

a) 6 b) 8 c) 11 d) 13

(5p) **6.** Pe o dreaptă se iau punctele A, B, C, D in această ordine şi un punct O in exteriorul dreptei astfel încât $m(\measuredangle AOB) = 50^\circ$ şi $m(\measuredangle COD) = 60^\circ$. Măsura unghiului dintre bisectoarele unghiurilor $\measuredangle AOC$ şi $\measuredangle BOD$ este de:

a) 5° b) 110° c) 55° d) 10°

(5p) 7. Numărul de elemente al mulţimii $A = \{\overline{abc} \mid a + b + c = 4, a \neq 0\}$ este:

a) 11 b) 10 c) 9 d) 8

(5p) **8.** Punctele A, B, C, D sunt marcate pe o dreaptă astfel încât $AB = 13cm$, $BC = 11\ cm$, $CD = 14\ cm$, $DA = 12\ cm$. Distanţa dintre cele mai îndepărtate puncte este:

a) 14*cm* b) 38*cm* c) 50*cm* d) 25*cm*

La problemele 9 şi 10 redactaţi rezolvările complete.

(20p) **9.** Să se afle numărul maxim de unghiuri în jurul unui punct ştiind că acestea au măsuri numere naturale nenule şi diferite. Daţi un exemplu de configuraţie care realizează acest maxim.

10. Se consideră mulţimea $M = \{1, 3, 5, 7, \dots, 87, 89\}$.

(10p) **a)** Să se dea un exemplu de submulţime A a mulţimii M astfel încât A are 4 elemente şi suma oricăror 3 elemente distincte din A este un număr prim.

(10p) **b)** Să se arate că nu există submulţimi B cu 5 elemente ale mulţimii M cu proprietatea că suma oricăror 3 elemente din B să fie un număr prim.

(10p) **c)** Să se afle câte submulţimi ale mulţimii M au suma elementelor egală cu 2000.

Notă: Timpul de lucru este 2h . Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUCCES !

Barem
Clasa a VI-a

SUBIECT I:

Problema	1	2	3	4	5	6	7	8
Varianta corecta	c	c	d	d	a	c	b	d

SUBIECT II:

1. Dacă am avea cel puţin 27 de unghiuri, atunci suma lor ar fi cel puţin $1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + \cdots + 27^\circ = 378^\circ > 360^\circ$, fals…………**(10p.)**
   Atunci există cel mult 26 astfel de unghiuri……… **(6p.)**
   Deoarece $(1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + \cdots + 25^\circ) + 35^\circ = 325^\circ + 35^\circ = 360^\circ$, rezultă că numărul cerut este 26.
   Obs: Există şi alte configuraţii de 26 de unghiuri ca şi în enunţ. De exemplu: $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \ldots, 24^\circ, a^\circ, b^\circ$, unde $(a, b) \in \{(26°, 34°), (27°, 33°), (28°, 32°), (29°, 31°)\}$…..**(4p)**

2. a) $A = \{1,5,7,11\} \subset M$ convine deoarece $1 + 5 + 7 = 13$, $1 + 5 + 11 = 17$, $1 + 7 + 11 = 19$ şi $5 + 7 + 11 = 23$, sunt numere prime…………**(10p.)**

   b) Presupunem că $B \subset M$ are proprietatea din enunţ.
   Dacă în B există trei elemente care dau acelaşi rest la împărţirea cu 3, de exemplu $a = 3c_1 + r$,
   $b = 3c_2 + r, c = 3c_3 + r$, $r \epsilon \{0,1,2\}$, atunci suma lor $a + b + c = M_3$ şi $a + b + c > 3$, deci $a + b + c$ nu e prim, fals……..**(5p)**
   În caz contrar, cu principiul cutiei, vor exista trei elemente în B care dau resturi distincte la împărţirea cu 3. Fie acestea $x = 3k_1, y = 3k_2 + 1, z = 3k_3 + 2$. Atunci $x + y + z = M_3$ şi $x + y + z > 3$, contradicţie…….**(5p)**

   c) Avem că $1 + 3 + 5 + \cdots + 89 = (44 + 1)^2 = 2025$………**(3p)**
   Submulţimile lui M cu suma elementelor egală cu 2000 sunt de forma $M \backslash A$, unde $A \subset M$ şi suma elementelor lui A este 25………..**(5p)**
   Mulţimea A poate fi:
   $$\{25\}, \{1,3,21\}, \{1,5,19\}, \{1,7,17\}, \{1,9,15\}, \{1,11,13\}, \{3,5,17\}, \{3,7,15\}, \{3,9,13\}, \{5,7,13\}, \{5,9,11\}, \{1,3,5,7,9\}$$
   Numărul cerut este 12…………**(2p)**