



PROGRAMA DE EXAMEN

**PENTRU DISCIPLINA
MATEMATICĂ**

BACALAUREAT 2015

PROGRAMA DE EXAMEN PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ

Examenul național de bacalaureat reprezintă modalitatea de evaluare externă sumativă a competențelor dobândite pe parcursul învățământului liceal.

Programa de examen este realizată în conformitate cu prevederile programelor școlare în vigoare. Subiectele pentru examenul național de bacalaureat evaluează competențele formate/dezvoltate pe parcursul învățământului liceal și se elaborează în baza prezentei programe.

Se recomandă, din punct de vedere didactic, abordarea conținuturilor din perspectiva formării/dezvoltării competențelor specifice care le sunt asociate de programă. Acest lucru presupune centrarea demersului didactic asupra acțiunilor care trebuie realizate pentru a forma/dezvolta la elevi competențele prevăzute de programa școlară și pentru ca aceștia să demonstreze, în cadrul evaluărilor, însușirea acestora.

În cadrul examenului național de bacalaureat *Matematica* are statut de disciplină obligatorie în funcție de filieră, profil și specializare. Astfel, programele de examen se diferențiază, în funcție de filiera, profilul și specializarea absolvite, în:

- programa ***M_mate-info*** pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică și pentru filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică;
- programa ***M_st-nat*** pentru filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii;
- programa ***M_tehnologic*** pentru filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale;
- programa ***M_pedagogic*** pentru filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

PROGRAMA *M_mate-info***Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică****Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică****COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI****CLASA a IX-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> Identificarea, în limbaj cotidian sau în probleme de matematică, a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate Alegerea formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale Deducerea unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor Transpunerea unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului 	<p>Mulțimi și elemente de logică matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale Propoziție, predicat, cuantificatori Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd Inducția matematică
<ol style="list-style-type: none"> Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții, șiruri, progresii Utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora Descrierea unor șiruri/funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare și raționamentul inductiv Caracterizarea unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăți algebrice ale acestora Analizarea unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe \mathbb{N} prin raționament de tip inductiv Transpunerea unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe \mathbb{N} 	<p>Șiruri</p> <ul style="list-style-type: none"> Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru $n \geq 3$
<ol style="list-style-type: none"> Identificarea valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia Caracterizarea egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor Operarea cu funcții reprezentate în diferite moduri și caracterizarea calitativă a acestor reprezentări Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate Deducerea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică Analizarea unor situații practice și descrierea lor cu ajutorul funcțiilor 	<p>Funcții; lecturi grafice</p> <ul style="list-style-type: none"> Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții Funcții numerice ($F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$); reprezentarea geometrică a graficului: intersecția

	<p>cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$, ($\leq, <, >, \geq$); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate/imparitate, simetria graficului față de drepte de forma $x = m$, $m \in \mathbb{R}$, periodicitate</p> <ul style="list-style-type: none"> • Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice
<ol style="list-style-type: none"> 1. Recunoașterea funcției de gradul I descrisă în moduri diferite 2. Utilizarea unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor 3. Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații 4. Exprimarea legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică 5. Interpretarea graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției 6. Modelarea unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și/sau a inecuațiilor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului 	<p>Funcția de gradul I</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ • Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau prin studierea semnului raportului $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$) • Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$) studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale • Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale • Sisteme de inecuații de gradul I
<ol style="list-style-type: none"> 1. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică 2. Completarea unor tabele de valori pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea 3. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative) 4. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice 5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații 6. Utilizarea funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese 	<p>Funcția de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ • Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$
<ol style="list-style-type: none"> 1. Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice 2. Determinarea unor funcții care verifică anumite condiții precizate 3. Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora 4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice 5. Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuației asociate funcției de gradul al II-lea 	<p>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none"> • Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ sau prin rata creșterii /descreșterii: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, punct de extrem, vârful parabolei • Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică:

<p>6. Interpretarea informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare</p>	<p>imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axa Oy)</p> <ul style="list-style-type: none"> Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$
<p>1. Identificarea unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte</p> <p>2. Transpunerea unor operații cu vectori în contexte geometrice date</p> <p>3. Utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică</p> <p>4. Utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice</p> <p>5. Identificarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date</p> <p>6. Aplicarea calculului vectorial în rezolvarea unor probleme de fizică</p>	<p>Vectori în plan</p> <ul style="list-style-type: none"> Segment orientat, vectori, vectori coliniari Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari
<p>1. Descrierea sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan</p> <p>2. Caracterizarea sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date</p> <p>3. Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism</p> <p>4. Trecerea de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată</p> <p>5. Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice</p> <p>6. Analizarea comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme</p>	<p>Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană</p> <ul style="list-style-type: none"> Vectorul de poziție a unui punct Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism) Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi) Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva
<p>1. Identificarea legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziane pe cercul trigonometric</p> <p>2. Calcularea unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice</p> <p>3. Determinarea măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice</p> <p>4. Caracterizarea unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric</p> <p>5. Determinarea unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice prin lecturi grafice</p> <p>6. Optimizarea calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor</p>	<p>Elemente de trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : [0, \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\sin a + \sin b$, $\sin a - \sin b$, $\cos a + \cos b$, $\cos a - \cos b$ (transformarea sumei în produs)

<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificarea unor metode posibile în rezolvarea problemelor de geometrie 2. Aplicarea unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii 3. Prelucrarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia 4. Analizarea unor configurații geometrice pentru alegerea algoritmilor de rezolvare 5. Aplicarea unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii 6. Modelarea unor configurații geometrice utilizând metode vectoriale sau sintetice 	<p>Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană</p> <ul style="list-style-type: none"> • Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic • Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare • Calcularea razei cercului înscris și a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii
---	---

CLASA a X-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice 2. Determinarea echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale 3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații 4. Alegerea formei de reprezentare a unui număr real sau complex în funcție de contexte în vederea optimizării calculelor 5. Alegerea strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor 6. Determinarea unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații 	<p>Mulțimi de numere</p> <ul style="list-style-type: none"> • Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale • Radical de ordin n ($n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$) dintr-un număr, proprietăți ale radicalilor • Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare • Mulțimea \mathbb{C}. Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real • Rezolvarea în \mathbb{C} a ecuației de gradul al doilea având coeficienți reali. Ecuații bipătrate
<ol style="list-style-type: none"> 1. Trasarea prin puncte a graficelor unor funcții 2. Prelucrarea informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, convexitate) 3. Utilizarea de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și în rezolvarea de ecuații 4. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice 5. Interpretarea, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor 6. Utilizarea echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice 	<p>Funcții și ecuații</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funcția putere cu exponent natural: $f: \mathbb{R} \rightarrow D$, $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și funcția radical: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$, unde $D = [0, +\infty)$ pentru n par și $D = \mathbb{R}$ pentru n impar • Funcția exponențială: $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = a^x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$ și funcția logaritmică: $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$ • Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă • Funcții trigonometrice directe și inverse • Rezolvări de ecuații folosind proprietățile

	<p>funcțiilor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3 2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice 3. Ecuații trigonometrice: $\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1, 1],$ $\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R},$ $\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),$ $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$ <p><i>Notă:</i> Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate.</p>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Diferențierea problemelor în funcție de numărul de soluții admise 2. Identificarea tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date 3. Utilizarea unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv 4. Exprimarea, în moduri variate, a caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare 5. Interpretarea unor situații-problemă având conținut practic cu ajutorul funcțiilor și a elementelor de combinatorică 6. Alegerea strategiilor de rezolvare a unor situații practice în scopul optimizării rezultatelor 	<p>Metode de numărare</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite • Permutări <ul style="list-style-type: none"> - numărul de mulțimi ordonate care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente - numărul funcțiilor bijectivitate $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite • Aranjamente <ul style="list-style-type: none"> - numărul submulțimilor ordonate cu câte k elemente fiecare, $k \leq n$, care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite - numărul funcțiilor injective $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite • Combinări - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$, ale unei mulțimi finite cu n elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente • Binomul lui Newton
<ol style="list-style-type: none"> 1. Recunoașterea unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete 2. Interpretarea primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor și al diagramelelor 3. Utilizarea unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz 4. Transpunerea în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice 5. Analizarea și interpretarea unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice 6. Corelarea datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate 	<p>Matematici financiare</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA • Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice • Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie • Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile <p><i>Notă:</i> Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</p>

<ol style="list-style-type: none"> 1. Descrierea unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori 2. Descrierea analitică, sintetică sau vectorială a relațiilor de paralelism și de perpendicularitate 3. Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii 4. Exprimarea analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice 5. Interpretarea perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței 6. Modelarea unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial 	<p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real, coordonate carteziane ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan • Ecuații ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte • Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan; calcularea unor distanțe și a unor arii
---	--

CLASA a XI-a - 4 ore/săpt.

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic 2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces 3. Aplicarea algoritmilor de calcul în situații practice 4. Rezolvarea unor ecuații și sisteme utilizând algoritmi specifici 5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora 6. Optimizarea rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic) 	<p>ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE</p> <p>Permutări</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noțiunea de permutare, operații, proprietăți • Inversiuni, semnul unei permutări <p>Matrice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice • Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți <p>Determinanți</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinant de ordin n, proprietăți <p>Sisteme de ecuații liniare</p> <ul style="list-style-type: none"> • Matrice inversabile din $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $n \leq 4$ • Ecuații matriceale • Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice • Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouchè, metoda Gauss • Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan
<ol style="list-style-type: none"> 1. Caracterizarea unor șiruri și a unor funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare 2. Interpretarea unor proprietăți ale șirurilor și ale altor funcții cu ajutorul reprezentărilor grafice 3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme și modelarea unor procese 4. Exprimarea cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și/sau calitative ale unei funcții 5. Studierea unor funcții din punct de vedere cantitativ și/sau calitativ utilizând diverse procedee: majorări sau minorări pe un interval 	<p>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</p> <p>Limite de funcții</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$ • Funcții reale de variabilă reală: funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritm, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse • Limita unui șir utilizând vecinătăți, șiruri convergente • Monotonie, mărginire, limite; proprietatea lui

dat, proprietăți algebrice și de ordine ale mulțimii numerelor reale în studiul calitativ local, utilizare a reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și/sau pentru identificarea unor proprietăți

6. Explorarea unor proprietăți cu caracter local și/sau global ale unor funcții utilizând reprezentarea grafică, continuitatea sau derivabilitatea

Note:

- În introducerea noțiunilor de limită a unui șir într-un punct și de șir convergent nu se vor introduce definițiile cu ε și nici teorema de convergență cu ε .
- Se utilizează exprimarea „proprietatea lui ...”, „regula lui ...”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.

Weierstrass. Exemple semnificative: $(a^n)_n$, $(n^a)_n$, $\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right)_n$ (fără demonstrație), numărul

e ; limita șirului $\left(\left(1 + u_n\right)^{\frac{1}{u_n}}\right)_n$, $u_n \rightarrow 0$, $u_n \neq 0$,

pentru orice număr natural n

- Operații cu șiruri care au limită
- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale
- Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, 1^∞ , ∞^0 , 0^0
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice

Continuitate

- Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue
- Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în \mathbb{R}

Derivabilitate

- Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții derivabile, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate
- Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema lui Rolle, teorema lui Lagrange și interpretarea lor geometrică, corolarul teoremei lui Lagrange referitor la derivata unei funcții într-un punct
- Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: monotonia funcțiilor, puncte de extrem
- Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune
- Regulile lui l'Hospital

Reprezentarea grafică a funcțiilor

- Reprezentarea grafică a funcțiilor
- Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații
- Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă)

CLASA a XII-a - 4 ore/săpt.

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. Identificarea proprietăților operațiilor cu care este înzestrată o mulțime</p> <p>2. Evidențierea asemănărilor și a deosebirilor dintre proprietățile unor operații definite pe mulțimi diferite și dintre calculul polinomial și cel cu numere</p> <p>3.1. Determinarea și verificarea proprietăților structurilor algebrice, inclusiv verificarea faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism</p> <p>3.2. Folosirea descompunerii în factori a polinomialor, în probleme de divizibilitate și în rezolvări de ecuații</p> <p>4. Utilizarea unor proprietăți ale operațiilor în calcule specifice unei structuri algebrice</p> <p>5.1. Utilizarea unor proprietăți ale structurilor algebrice în rezolvarea unor probleme de aritmetică</p> <p>5.2. Determinarea unor polinoame, funcții polinomiale sau ecuații algebrice care verifică condiții date</p> <p>6.1. Transferarea, între structuri izomorfe, a datelor inițiale și a rezultatelor, pe baza proprietăților operațiilor</p> <p>6.2. Modelarea unor situații practice, utilizând noțiunea de polinom sau de ecuație algebrică</p>	<p>ELEMENTE DE ALGEBRĂ</p> <p>Grupuri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lege de compoziție internă (operație algebrică), tabla operației, parte stabilă • Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, grupul aditiv al claselor de resturi modulo n • Subgrup • Grup finit, tabla operației, ordinul unui element • Morfism, izomorfism de grupuri <p>Inele și corpuri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Inel, exemple: inele numerice ($\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_n, inele de matrice, inele de funcții reale • Corp, exemple: corpuri numerice ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_p, p prim • Morfisme de inele și de corpuri <p>Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p$, p prim)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Forma algebrică a unui polinom, funcția polinomială, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar) • Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu $X - a$, schema lui Horner • Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout; <i>c.m.m.d.c.</i> și <i>c.m.m.m.c.</i> al unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili • Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète • Rezolvarea ecuațiilor algebrice având coeficienți în $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, ecuații binome, ecuații bipătrate, ecuații reciproce
<p>1. Identificarea legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia</p> <p>2. Identificarea unor metode de calcul ale integralelor, prin realizarea de legături cu reguli de derivare</p> <p>3. Utilizarea algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite</p> <p>4. Explicarea opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor</p> <p>5. Folosirea proprietăților unei funcții continue, pentru calcularea integralei acesteia pe un interval</p> <p>6.1. Utilizarea proprietăților de monotonie a integralei în estimarea valorii unei integrale definite și în probleme cu conținut practic</p> <p>6.2. Modelarea comportării unei funcții prin utilizarea primitivelor sale</p>	<p>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</p> <ul style="list-style-type: none"> • Probleme care conduc la noțiunea de integrală <p>Primitive (antiderivate)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite, liniaritate. Primitive uzuale <p>Integrala definită</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diviziuni ale unui interval $[a, b]$, norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare, sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval $[a, b]$ • Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare. • Formula Leibniz – Newton • Integrabilitatea funcțiilor continue, teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue

	<ul style="list-style-type: none">• Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, $\text{grad } Q \leq 4$ prin metoda descompunerii în fracții simple <p>Aplicații ale integralei definite</p> <ul style="list-style-type: none">• Aria unei suprafețe plane• Volumul unui corp de rotație• Calculul unor limite de șiruri folosind integrala definită <p><i>Notă: Se utilizează exprimarea „proprietate” sau „regulă”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i></p>
--	---

PROGRAMA *M_șt-nat***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii****COMPETENȚE DE EVALUAT ȘI CONȚINUTURI****CLASA a IX-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)**

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> Identificarea, în limbaj cotidian sau în probleme de matematică, a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate Alegerea formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale Deducerea unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor Transpunerea unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului 	<p>Mulțimi și elemente de logică matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale Propoziție, predicat, cuantificatori Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd Inducția matematică
<ol style="list-style-type: none"> Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții, șiruri, progresii Utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora Descrierea unor șiruri/funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare și raționamentul inductiv Caracterizarea unor șiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăți algebrice ale acestora Analizarea unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe \mathbb{N} prin raționament de tip inductiv Transpunerea unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe \mathbb{N} 	<p>Șiruri</p> <ul style="list-style-type: none"> Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru $n \geq 3$
<ol style="list-style-type: none"> Identificarea valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia Caracterizarea egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor Operarea cu funcții reprezentate în diferite moduri și caracterizarea calitativă a acestor reprezentări Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate Deducerea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică Analizarea unor situații practice și descrierea lor cu ajutorul funcțiilor 	<p>Funcții; lecturi grafice</p> <ul style="list-style-type: none"> Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții Funcții numerice ($F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$); reprezentarea geometrică a graficului: intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor

	<p>ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$, $(\leq, <, >, \geq)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate/imparitate, simetria graficului față de drepte de forma $x = m$, $m \in \mathbb{R}$, periodicitate</p> <ul style="list-style-type: none"> • Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice
<ol style="list-style-type: none"> 1. Recunoașterea funcției de gradul I descrisă în moduri diferite 2. Utilizarea unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații 3. Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor de ecuații 4. Exprimarea legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică 5. Interpretarea graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției 6. Modelarea unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și/sau a inecuațiilor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului 	<p>Funcția de gradul I</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ • Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau prin studierea semnelor raportului $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$) • Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$) studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale • Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$ • Sisteme de inecuații de gradul I
<ol style="list-style-type: none"> 1. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică 2. Completarea unor tabele de valori pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea 3. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative) 4. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice 5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații 6. Utilizarea funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese 	<p>Funcția de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ • Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$
<ol style="list-style-type: none"> 1. Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice 2. Determinarea unor funcții care verifică anumite condiții precizate 3. Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora 4. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice 5. Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuației asociate funcției de gradul al II-lea 	<p>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none"> • Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ sau prin rata creșterii /descreșterii: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, punct de extrem, vârful parabolei • Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$, ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni

<p>6. Interpretarea informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare</p>	<p>de parabolă pe axa Oy)</p> <ul style="list-style-type: none"> Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$
<ol style="list-style-type: none"> Identificarea unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte Transpunerea unor operații cu vectori în contexte geometrice date Utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică Utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice Identificarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date Aplicarea calculului vectorial în rezolvarea unor probleme de fizică 	<p>Vectori în plan</p> <ul style="list-style-type: none"> Segment orientat, vectori, vectori coliniari Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu un scalar, proprietăți ale înmulțirii cu un scalar; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori necoliniari
<ol style="list-style-type: none"> Descrierea sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan Caracterizarea sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism Trecerea de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice Analizarea comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme 	<p>Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană</p> <ul style="list-style-type: none"> Vectorul de poziție a unui punct Vectorul de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism) Vectorul de poziție a centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi) Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva
<ol style="list-style-type: none"> Identificarea legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziane pe cercul trigonometric Calcularea unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice Determinarea măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice Caracterizarea unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric Determinarea unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice prin lecturi grafice Optimizarea calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor 	<p>Elemente de trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> Cercul trigonometric, definiția funcțiilor trigonometrice: $\sin : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : [0, \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ Definiția funcțiilor trigonometrice: $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\sin a + \sin b$, $\sin a - \sin b$, $\cos a + \cos b$, $\cos a - \cos b$ (transformarea sumei în produs)

<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificarea unor metode posibile în rezolvarea problemelor de geometrie 2. Aplicarea unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii 3. Prelucrarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia 4. Analizarea unor configurații geometrice pentru alegerea algoritmilor de rezolvare 5. Aplicarea unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii 6. Modelarea unor configurații geometrice utilizând metode vectoriale sau sintetice 	<p>Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană</p> <ul style="list-style-type: none"> • Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic • Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare • Calcularea razei cercului înscris și a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcularea unor arii
---	---

CLASA a X-a - 4 ore/săpt. (TC+CD)

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice 2. Determinarea echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale 3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și în rezolvarea de ecuații 4. Alegerea formei de reprezentare a unui număr real sau complex în funcție de contexte în vederea optimizării calculelor 5. Alegerea strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor 6. Determinarea unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații 	<p>Mulțimi de numere</p> <ul style="list-style-type: none"> • Numere reale: proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale • Radical de ordin n ($n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$) dintr-un număr, proprietăți ale radicalilor • Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare • Mulțimea \mathbb{C}. Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real • Rezolvarea în \mathbb{C} a ecuației de gradul al doilea având coeficienți reali. Ecuații bipătrate
<ol style="list-style-type: none"> 1. Trasarea prin puncte a graficelor unor funcții 2. Prelucrarea informațiilor ilustrate prin graficul unei funcții în scopul deducerii unor proprietăți algebrice ale acesteia (monotonie, semn, bijectivitate, inversabilitate, convexitate) 3. Utilizarea de proprietăți ale funcțiilor în trasarea graficelor și rezolvarea de ecuații 4. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete și reprezentarea prin grafice a unor funcții care descriu situații practice 5. Interpretarea, pe baza lecturii grafice, a proprietăților algebrice ale funcțiilor 6. Utilizarea echivalenței dintre bijectivitate și inversabilitate în trasarea unor grafice și în rezolvarea unor ecuații algebrice și trigonometrice 	<p>Funcții și ecuații</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funcția putere cu exponent natural: $f: \mathbb{R} \rightarrow D$, $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$ și funcția radical: $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$, unde $D = [0, +\infty)$ pentru n par și $D = \mathbb{R}$ pentru n impar • Funcția exponențială: $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = a^x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$ și funcția logaritmică: $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$ • Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă • Funcții trigonometrice directe și inverse • Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:

	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ecuații care conțin radicali de ordinul 2 sau de ordinul 3 2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice 3. Ecuații trigonometrice: $\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1,1],$ $\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R},$ $\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x),$ $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} g(x), \operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} g(x)$ <p><i>Notă:</i> Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, convexitate</p>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Diferențierea problemelor în funcție de numărul de soluții admise 2. Identificarea tipului de formulă de numărare adecvată unei situații-problemă date 3. Utilizarea unor formule combinatoriale în raționamente de tip inductiv 4. Exprimarea, în moduri diferite, a caracteristicilor unor probleme în scopul simplificării modului de numărare 5. Interpretarea unor situații-problemă având conținut practic cu ajutorul funcțiilor și a elementelor de combinatorică 6. Alegerea strategiilor de rezolvare a unor situații practice în scopul optimizării rezultatelor 	<p>Metode de numărare</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite • Permutări <ul style="list-style-type: none"> - numărul de mulțimi ordonate care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente - numărul funcțiilor bijectiv $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite • Aranjamente <ul style="list-style-type: none"> - numărul submulțimilor ordonate cu câte k elemente fiecare, $k \leq n$, care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite - numărul funcțiilor injective $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite • Combinări - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$, ale unei mulțimi finite cu n elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente • Binomul lui Newton
<ol style="list-style-type: none"> 1. Recunoașterea unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete 2. Interpretarea primară a datelor statistice sau probabilistice cu ajutorul calculului financiar, al graficelor și al diagramei 3. Utilizarea unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz 4. Transpunerea în limbaj matematic prin mijloace statistice sau probabilistice a unor probleme practice 5. Analizarea și interpretarea unor situații practice cu ajutorul conceptelor statistice sau probabilistice 6. Corelarea datelor statistice sau probabilistice în scopul predicției comportării unui sistem prin analogie cu modul de comportare în situații studiate 	<p>Matematici financiare</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA • Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice • Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie • Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile <p><i>Notă:</i> Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</p>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Descrierea unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori 2. Descrierea analitică, sintetică sau vectorială a 	<p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reper cartezian în plan, coordonatele unui vector

<p>relațiilor de paralelism și de perpendicularitate</p> <p>3. Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia și calcularea unor distanțe și a unor arii</p> <p>4. Exprimarea analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice</p> <p>5. Interpretarea perpendicularității în relație cu paralelismul și minimul distanței</p> <p>6. Modelarea unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial</p>	<p>în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real, coordonate carteziane ale unui punct din plan, distanța dintre două puncte în plan</p> <ul style="list-style-type: none"> Ecuatii ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan; calcularea unor distanțe și a unor arii
---	--

CLASA a XI-a - 3 ore/săpt.

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. Identificarea unor situații practice concrete, care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului economic sau tehnic</p> <p>2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces</p> <p>3. Aplicarea algoritmilor de calcul cu matrice în situații practice</p> <p>4. Rezolvarea unor sisteme utilizând algoritmi specifici</p> <p>5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau compatibilitate a unor sisteme și identificarea unor metode adecvate de rezolvare a acestora</p> <p>6. Optimizarea rezolvării unor probleme sau situații-problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic)</p>	<p>ELEMENTE DE CALCUL MATRICEAL ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE</p> <p>Matrice</p> <ul style="list-style-type: none"> Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți <p>Determinanți</p> <ul style="list-style-type: none"> Determinantul unei matrice pătrate de ordin cel mult 3, proprietăți <p>Sisteme de ecuații liniare</p> <ul style="list-style-type: none"> Matrice inversabile din $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $n = \overline{2,3}$ Ecuatii matriceale Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem linear Metoda Cramer de rezolvare a sistemelor liniare Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan
<p>1. Caracterizarea unor funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare</p> <p>2. Interpretarea unor proprietăți ale funcțiilor cu ajutorul reprezentărilor grafice</p> <p>3. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului diferențial în rezolvarea unor probleme</p> <p>4. Exprimarea cu ajutorul noțiunilor de limită, continuitate, derivabilitate, monotonie, a unor proprietăți cantitative și/sau calitative ale unei funcții</p> <p>5. Utilizarea reprezentării grafice a unei funcții pentru verificarea unor rezultate și pentru identificarea unor proprietăți</p> <p>6. Determinarea unor optimuri situaționale prin aplicarea calculului diferențial în probleme practice</p>	<p>Elemente de analiză matematică</p> <p>Limite de funcții</p> <ul style="list-style-type: none"> Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$ Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n = \overline{2,3}$), funcția radical ($n = \overline{2,3}$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty$ Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, orizontale și oblice <p>Funcții continue</p> <ul style="list-style-type: none"> Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue,

	<p>interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proprietatea lui Darboux, semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale <p>Funcții derivabile</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile • Operații cu funcții derivabile, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate • Regulile lui l'Hospital pentru cazurile $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ <p>Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rolul derivatelor de ordin I și de ordinul al II-lea în studiul funcțiilor: monotonie, puncte de extrem, concavitate, convexitate • Reprezentarea grafică a funcțiilor <p><i>Notă:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Se utilizează exprimarea „proprietatea lui ...”, „regula lui ...”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.
--	--

CLASA a XII-a - 3 ore/săpt.

Competențe specifice	Conținuturi
<p>1. Recunoașterea structurilor algebrice, a mulțimilor de numere, de polinoame și de matrice</p> <p>2.1. Identificarea unei structuri algebrice prin verificarea proprietăților acesteia</p> <p>2.2. Determinarea și verificarea proprietăților unei structuri</p> <p>3.1. Verificarea faptului că o funcție dată este morfism sau izomorfism</p> <p>3.2. Aplicarea unor algoritmi în calculul polinomial sau în rezolvarea ecuațiilor algebrice</p> <p>4. Explicarea modului în care sunt utilizate, în calcule specifice, proprietățile operațiilor unei structuri algebrice</p> <p>5.1. Utilizarea structurilor algebrice în rezolvarea de probleme practice</p> <p>5.2. Determinarea unor polinoame sau ecuații algebrice care îndeplinesc condiții date</p> <p>6.1. Explicarea unor probleme practice, folosind structuri algebrice sau calcul polinomial</p> <p>6.2. Aplicarea, prin analogie, în calcule cu polinoame, a metodelor de lucru din aritmetica numerelor</p>	<p>ELEMENTE DE ALGEBRĂ</p> <p>Grupuri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lege de compoziție internă, tabla operației • Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupul aditiv al claselor de resturi modulo n • Morfism și izomorfism de grupuri <p>Inele și corpuri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Inel, exemple: inele numerice ($\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_n, inele de matrice, inele de funcții reale • Corp, exemple: corpuri numerice ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$), \mathbb{Z}_p, p prim <p>Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ($\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_p, p$ prim)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar) • Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu $X - a$, schema lui Horner • Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout; $c.m.m.d.c.$ și $c.m.m.m.c.$ al unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili • Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète pentru polinoame de grad cel mult 4 • Rezolvarea ecuațiilor algebrice având coeficienți în $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, ecuații binome, ecuații bipătrate, ecuații reciproce

<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificarea legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia 2. Stabilirea unor proprietăți ale calculului integral, prin analogie cu proprietăți ale calculului diferențial 3. Utilizarea algoritmilor pentru calcularea unor integrale definite 4. Explicarea opțiunilor de calcul al integralelor definite, în scopul optimizării soluțiilor 5. Determinarea ariei unei suprafețe plane și a volumului unui corp, folosind calculul integral și compararea rezultatelor cu cele obținute prin aplicarea unor formule cunoscute din geometrie 6. Aplicarea calculului diferențial sau integral în probleme practice 	<p>ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ</p> <ul style="list-style-type: none"> • Probleme care conduc la noțiunea de integrală Primitive (antiderivate) • Primitivele unei funcții definite pe un interval. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite. Primitive uzuale <p>Integrala definită</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definirea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz-Newton • Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare • Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, grad $Q \leq 4$ prin metoda descompunerii în fracții simple <p>Aplicații ale integralei definite</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aria unei suprafețe plane • Volumului unui corp de rotație <p><i>Notă: Se utilizează exprimarea „proprietate” sau „regulă” pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i></p>
---	--