CONCURSUL „ARGUMENT”
Baia Mare, 7 noiembrie 2015

CLASA a V-a

La problemele 1 – 8 se scriu pe foaia de concurs doar literele corespunzătoare răspunsului considerat corect. Fiecare problemă are un singur răspuns corect.

(5p) **1.** Dacă $2014-(2016-a)=2013$, atunci a este:

a) 1215 b) 2015 c) 4027 d) 1

(5p) **2.** Numărul $\left(125^{10}\cdot 3^{75}-27^{25}\cdot 25^{15}+2^4+4^2\right)^2$ este egal cu:

a) 810 b) 1001 c) 2002 d) 1024

(5p) **3.** Numărul numerelor mai mari ca 1000 şi mai mici ca 2015, care dau restul 9 la împărţirea cu 10 este:

a) 99 b) 101 c) 45 d) 88

(5p) **4.** Restul împărţirii numărului $\overline{aabb}$ la 11 este:

a) 10 b) 5 c) 0 d) 1

(5p) **5.** Dacă a, b şi c sunt numere naturale astfel încât $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}=55$, atunci numărul $\overline{a1b}+\overline{b2c}+\overline{c3a}$ este egal cu:

a) 665 b) 1155 c) 565 d) 150

(5p) **6.** Dacă a şi b sunt numere naturale astfel încât $ab+b=85$, atunci cea mai mică valoare posibilă pentru $a+b$ este:

a) 20 b) 10 c) 85 d) 21

(5p) **7.** Ultima cifră a numărului $a=(1+3+5+\cdots+2015)^{1+2+3+4+5+\cdots+2016}$ este:

a) 5 b) 9 c) 6 d) 0

(5p) **8.** Suma cifrelor numărului $a=\left(2^{98}+2^{102}\right)\left(5^{99}+5^{101}\right)$ este:

a) 5 b) 10 c) 20 d) 30

La următoarele probleme se cer soluţiile complete, care se trec pe foaia de concurs.

9. Fie a şi b două numere naturale. Împărţind numărul a la numărul b obţinem câtul 4 şi restul 50.

(10p) **a)** Arătaţi că numărul $2a-8b+25$ este cub perfect;

(10p) **b)** Determinaţi numărul perechilor (a,b), dacă în plus $a+11b\leq 2015$.

(10p) **10. a)** Arătaţi că printre numerele $1,2,3,\cdots,15,16$ există exact un număr x astfel încât $16+x$ să fie pătrat perfect.

(10p) **b)** Arătaţi că numerele $1,2,3,\cdots,15,16$ nu pot fi aranjate pe un cerc astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie pătrat perfect;

(10p) **b)** Arătaţi că numerele $1,2,3,\cdots,15,16$ pot fi aranjate pe o dreaptă astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie pătrat perfect.

Notă: Timpul de lucru este 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectele au fost propuse și selectate de prof. Nicolae Mușuroia,
Colegiul Național „Gheorghe Șincai”

SUCCES !

CONCURSUL „ARGUMENT”

Baia Mare, 7 noiembrie 2015

CLASA a VI-a

La problemele 1 – 8 se scriu pe foaia de concurs doar literele corespunzătoare răspunsului considerat corect. Fiecare problemă are un singur răspuns corect.

(5p) **10.** Cel mai mare număr natural de forma $\overline{x29y}$ divizibil cu 15 este:

a) 7290 b) 8295 c) 8925 d) 9295

(5p) **2.** Dacă a şi b sunt numere prime şi $a+33b=440$, atunci b are valoarea:

a) 13 b) 17 c) 19 d) 23

(5p) **12.** Dacă $3^{2n}=\left(27\cdot3^{2016}\right):\left(9\cdot3^{2011}\right)$, atunci numărul n este egal cu:

a) 3 b) 6 c) 4032 d) 4

(5p) **13.** Numărul soluţiilor în numere naturale ale ecuaţiei $(x+3)\cdot(2y+1)=120$ este:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

(5p) **14.** Numărul $\left(3^5\cdot5^3\right)^4:\left(9\cdot5\right)^9-3^{11}:3^9$ este egal cu:

a) 1125 b) 1116 c) 1119 d) 116

(5p) **15.** Ultimele trei cifre ale numărului $2^{104}+2^{103}+2^{100}$ sunt:

a) 200 b) 400 c) 500 d) 800

(5p) **16.** Punctele A,B,C,D sunt coliniare, în această ordine.Dacă $3AC=AB+2AD$, iar $BC=2016$, atunci lungimea segmentului (DC) este:

a) 2016 b) 6048 c) 1008 d) 672

(5p) **17.** Cel mai mare număr de forma $\overline{abab}$, cu număr minim de divizori, este:

a) 9999 b) 9898 c) 9797 d) 9696

La următoarele probleme se cer soluţiile complete, care se trec pe foaia de concurs.

18. O mulţime $A=\{1,2,3,4,...,2n\}$, $n\in\mathbb{N}^*$, se numeşte *cubică* dacă ea poate fi scrisă ca reuniune de n submulţimi disjuncte două câte două astfel încât suma elementelor fiecărei submulţimi să fie cub perfect.

(10p) a) Să se arate că mulţimea $A=\{1,2,3,4,...,26\}$ este cubică;

(10p) b) Să se arate că mulţimea $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ nu este cubică.

(10p) c) Să se arate că mulţimea $C=\{1,2,3,4,...,603,604\}$ este cubică.

19. Pe o dreaptă se consideră punctele $O, A_1, A_2, ..., A_{2015}$,în această ordine, astfel încât

$$OA_1=1\,cm,\ A_1A_2=3cm,\ A_2A_3=3^2\,cm,...,A_{2014}A_{2015}=3^{2014}\,cm.$$

(5p) a) Să se determine lungimea segmentului OA_{2015};

(5p) b) Să se determine segmentul de lungime 9720 cm, având capetele în două din punctele considerate.

(10p) c) Să se arate că există cel puţin 1009 segmente având capetele printre punctele date şi care au lungimea exprimată printr-un pătrat perfect.

Subiectele au fost selectate şi propuse de către:
prof. Gheorghe Boroica – Colegiul Naţional „Gheorghe Şincai”

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.

SUCCES!

CONCURSUL „ARGUMENT”
Baia Mare, 7 noiembrie 2015

CLASA a VII-a

La problemele 1-8, scrieţi pe foaie doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

(5p) **1.** Numărul divizorilor numărului $a = 2^8 \cdot 3^{10} \cdot 5^9$ care sunt multipli de 4 este:

a) 2013 b) 770 c) 540 d) 990

(5p) **2.** Suma soluțiilor ecuației $\left|2-|x+1|\right| = 2$ este:

a) -1 b) -5 c) -3 d) alt răspuns

(5p) **3.** Ce număr trebuie șters dintre numerele $-101, -100, -99, -98, \ldots, -1$ astfel încât media aritmetică a numerelor rămase să fie $-51{,}02$:

a) -60 b) -51 c) -49 d) -41

(5p) **4.** Modulul numărului $a = 4\left(-3^{100} + 3^{101} - 3^{102} + 3^{103} - \ldots + 3^{199}\right) : \left(-9^{50}\right)$ este:

a) $2\left(3^{100}-1\right)$ b) $3^{100}-1$ c) $2\left(3^{99}-1\right)$ d) $3^{100}+1$

(5p) **5.** Produsul a 50 de numere întregi consecutive este 0. Cea mai mică valoare a sumei celor 50 de numere este:

a) -1225 b) -1250 c) Oricât de mică d) 0

(5p) **6.** Printr-un punct din interiorul paralelogramului $ABCD$ se duc paralele la laturile paralelogramului. Dacă $AB = 3cm$ și $BC = 4cm$ atunci perimetrul patrulaterului determinat de centrele celor 4 paralelograme în care s-a descompus paralelogramul inițial este:

a) $0{,}14m$ b) $8cm$ c) $70mm$ d) $0{,}9dm$

(5p) **7.** In paralelogramul $ABCD$, I este intersecția bisectoarelor ΔABC. Dacă $m\left(AIC\right) = 115^\circ$ atunci $m\left(DAB\right)$ este:

a) 130° b) 115° c) 65° d) 100°

(5p) **8.** În dreptunghiul $ABCD$, distanța de la A la BD este $2cm$. Dacă $m(\sphericalangle DAC) = 5m(\sphericalangle BAC)$ atunci $AC^2 + BD^2$ este:

a) $32cm$ b) $72cm$ c) $60cm$ d) $128cm$

La problemele 9 şi 10 redactaţi rezolvările complete.

(15p) **9.** **a)** Să se arate că o sumă de numere naturale nenule consecutive formată din cel puțin doi termeni are cel puțin un divizor impar mai mare decât 1.

(10p) **b)** Demonstrați că un număr natural se poate scrie ca o sumă de cel puțin două numere naturale nenule consecutive dacă și numai dacă numărul nu este o putere a lui 2.

(25p) **10.** În rombul $ABCD$ bisectoarea $\sphericalangle ADB$ intersectează dreapta AC în I iar bisectoarea $\sphericalangle ACD$ intersectează dreapta BD în J. Dacă $BI \perp AJ$ calculați măsura unghiului $\sphericalangle BAD$ și demonstrați că $IJ \parallel AD$.

Notă: Timpul de lucru este 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectele au fost propuse și selectate de prof. Florin Bojor,
Colegiul Național „Gheorghe Șincai”
SUCCES !

<u>CONCURSUL „ARGUMENT”</u>
Baia Mare, 7 noiembrie 2015

CLASA a VIII-a

La problemele 1-8, scrieţi pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

(5p) **1.** Numărul $a=-125\sqrt{0,36}+\left(\sqrt{(-4)^2}-25\right)\cdot\left(-27+\sqrt{324}\right)^3:81$ este egal cu:

a) – 264 b) 114 c) 186 d) –346

(5p) **2.** Fie ecuația $2\cdot|2x-1|+3\cdot|1-2x|=10,\ x\in\mathbf{Z}$ și S mulțimea soluțiilor. Atunci:

a) $S=\phi$ b) $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$ c) $S=1,5$ d) $S=0$

(5p) **3.** Considerăm expresia $E(x)=\frac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-2x}:\frac{x^2-2x+1}{x^2-x-2}$ și fie A mulțimea valorilor reale x pentru care expresia nu are sens. Numărul elementelor mulțimii A este:

a) 3 b) $\{-1;0;1;2\}$ c) 4 d) $\mathbf{R}\setminus\{-1;0;1;2\}$

(5p) **4.** Fie A=$\left\{\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}\ \middle|\ n\in\mathbf{N}^*,\ 2\le n\le 100\right\}$. Probabilitatea ca alegând un element din A, acesta să fie număr natural este:

a) 0,1 b) 2^{-1} c) 0,(09) d) 0

(5p) **5.** Dacă $n=1^2+2^2-3^2-4^2+5^2+6^2-7^2-8^2+...+2013^2+2014^2-2015^2-2016^2$, atunci:

a) $n=4066272$ b) $n=-2015\cdot 2016$ c) $n=4062240$ d) $n=-2016\cdot 2017$

(5p) **6.** Considerăm a și b două numere naturale prime astfel încât ab+1 și a^2-b^2 sunt de asemenea numere naturale prime. Atunci:

a) a^2+b^2 e prim b) ab – 1 | 12 c) $a^2+b^2\ \vdots\ 5$ d) ab – 1 | ab + 1

(5p) **7.** Fie ABCD un patrulater ortodiagonal în care $AB\parallel CD$, BC=CD=20, $m(\angle C)=150^{o}$. Atunci aria cercului înscris în patrulater este:

a) 25 b) 10π c) 25π d) $25\pi^2$

(5p) **8.** O furnică se deplasează pe suprafața cubului ABCDEFGH din A în G, pe drumul cel mai scurt. Dacă latura cubului are lungimea 1, distanța parcursă de furnică este:

a) 3 b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{3}$ d) $1+\sqrt{2}$

La problemele 9 şi 10 redactaţi rezolvările complete.

(10p) **9.** a) Demonstrați că $x+\frac{2}{x}\ge 2\sqrt{2},\ \forall x>0$;

(10p) b) Dacă $x\ge\sqrt{2}$ și $y\ge\sqrt{2}$, arătați că $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\le\sqrt{2}$;

(10p) c) Determinați $x,y\in\mathbf{R}$ care îndeplinesc simultan egalitățile: $2x=y+\frac{2}{y}$ și $2y=x+\frac{2}{x}$.

(20p) **10.** Tetraedrul SABC are toate fețele laterale triunghiuri neisoscele, congruente între ele. Demonstrați că baza are aceeași arie cu o față laterală.

Subiectele au fost selectate și propuse de către:
prof. Cristian Heuberger – Colegiul Național „Gheorghe Șincai”

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.
SUCCES!