



CLASA a VIII-a

La problemele 1-8, scrieți pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

- (5p) 1. Dacă $a, b \in \mathbb{R}$, $2a - b = -5$, $-a + 2b = 4$ și $S = (a + b + c)^2 - (a - b - c)^2 + (a + b - c)^2 - (a - b + c)^2$, atunci
a) $S = 0$ b) $S = 16$ c) $S = -16$ d) $S = 8$
- (5p) 2. Valoarea numărului $a = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt{2,56} : \sqrt{0,64}$ este:
a) $2\sqrt{3} - 5$ b) -1 c) $2\sqrt{3} + 1$ d) -5
- (5p) 3. Determinați $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\frac{1}{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4n + 2\sqrt{4n^2 - 1}}} = 2$.
a) 13 b) 10 c) nu există n d) 12
- (5p) 4. Dacă $x \in \mathbb{R}^*$ este astfel încât $x - \frac{1}{2x} = 2$, atunci numărul $x^3 - \frac{1}{8x^3}$ este egal cu:
a) 14 b) 11 c) 2 d) 5
- (5p) 5. Dacă $a = \sqrt{2^{2018} - 2^{1010} + 2^{1011} + 1}$ și $b = \sqrt{2^{2018} - 2^{1011} + 2^{1010} + 1}$, atunci $a - b$ este egal cu:
a) 2 b) -2 c) 2^{1010} d) $2^{1010} + 2$
- (5p) 6. Fie punctele A și B în spațiu, cu $AB = 8$. Mulțimea punctelor M din spațiu astfel încât $MA = MB = 5$ este:
a) un plan b) o dreaptă c) un cerc d) \emptyset
- (5p) 7. Insula MATE este circulară, iar centrul său O este inaccesibil. Geo a mers pe țărm și a ajuns pe rând în localitățile A, B și C (în această ordine). Localnicii i-au spus că $AB = 10 \text{ km}$, $m(\angle CAB) = 66^\circ$ și $m(\angle CBA) = 84^\circ$, iar Geo și-a dat seama că poate calcula cu aproximație lungimea țărmului. Cel mai apropiat număr întreg de această lungime (în km) este:
a) 628 b) 62 c) 63 d) 629
- (5p) 8. O furnică se deplasează pe suprafața piramidei triunghiulare regulate $VABC$, mergând pe toate fețele laterale, pe drumul cel mai scurt, pornind din vârful A și revenind tot acolo. Dacă $VA = 2 \text{ cm}$ și $m(\angle AVB) = 40^\circ$, atunci distanța parcursă de furnică este:
a) $2\sqrt{3} \text{ cm}$ b) $2\sqrt{2} \text{ cm}$ c) 4 cm d) 3 cm .

La problemele 9 și 10 redactați rezolvările complete.

9. Pentru fiecare număr $n \in \mathbb{N}^*$ notăm cu $f(n)$ cel mai mare număr natural impar care îl divide pe n .
Fie suma $S(n) = f(n+1) + f(n+2) + \dots + f(n)$, $n \in \mathbb{N}^*$.
(10p) a) Calculați $S(20)$.
(15p) b) Calculați $S(n)$, pentru $n \in \mathbb{N}^*$ oarecare.

Vasile Pop

10. Fie cubul $ABCDEFGH$. Fie M piciorul perpendicularei din A pe bisectoarea unghiului AHB , N piciorul perpendicularei din C pe bisectoarea unghiului BHC , S piciorul perpendicularei din D pe bisectoarea unghiului DBH , $\{P\} = AM \cap BH$ și $\{Q\} = DS \cap BH$.
(10p) a) Demonstrați că $MN \parallel AC$.
(15p) b) Demonstrați că $APGQ$ este un paralelogram.