

CONCURSUL „ARGUMENT”
Baia Mare, 7 noiembrie 2015

CLASA a VIII-a

La problemele 1-8, scrieți pe foaia de concurs doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

- (5p) 1. Numărul $a = -125\sqrt{0,36} + \left(\sqrt{(-4)^2 - 25}\right) \cdot (-27 + \sqrt{324})^3 : 81$ este egal cu:
a) -264 b) 114 c) 186 d) -346
- (5p) 2. Fie ecuația $2 \cdot |2x - 1| + 3 \cdot |1 - 2x| = 10$, $x \in \mathbb{Z}$ și S mulțimea soluțiilor. Atunci:
a) $S = \emptyset$ b) $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ c) $S = 1,5$ d) $S = 0$
- (5p) 3. Considerăm expresia $E(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 2x} : \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x - 2}$ și fie A mulțimea valorilor reale x pentru care expresia nu are sens. Numărul elementelor mulțimii A este:
a) 3 b) $\{-1; 0; 1; 2\}$ c) 4 d) $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1; 2\}$
- (5p) 4. Fie $A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} \mid n \in \mathbb{N}^*, 2 \leq n \leq 100 \right\}$. Probabilitatea ca alegând un element din A, acesta să fie număr natural este:
a) 0,1 b) 2^{-1} c) 0,(09) d) 0
- (5p) 5. Dacă $n = 1^2 + 2^2 - 3^2 - 4^2 + 5^2 + 6^2 - 7^2 - 8^2 + \dots + 2013^2 + 2014^2 - 2015^2 - 2016^2$, atunci:
a) $n = 4066272$ b) $n = -2015 \cdot 2016$ c) $n = 4062240$ d) $n = -2016 \cdot 2017$
- (5p) 6. Considerăm a și b două numere naturale prime astfel încât $ab+1$ și $a^2 - b^2$ sunt de asemenea numere naturale prime. Atunci:
a) $a^2 + b^2$ e prim b) $ab - 1 \mid 12$ c) $a^2 + b^2 : 5$ d) $ab - 1 \mid ab + 1$
- (5p) 7. Fie ABCD un patrulater ortodiagonal în care $AB \parallel CD$, $BC = CD = 20$, $m(\sphericalangle C) = 150^\circ$. Atunci aria cercului înscris în patrulater este:
a) 25 b) 10π c) 25π d) $25\pi^2$
- (5p) 8. O furnică se deplasează pe suprafața cubului ABCDEFGH din A în G, pe drumul cel mai scurt. Dacă latura cubului are lungimea 1, distanța parcursă de furnică este:
a) 3 b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{3}$ d) $1 + \sqrt{2}$

La problemele 9 și 10 redactați rezolvările complete.

- (10p) 9. a) Demonstrați că $x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2}$, $\forall x > 0$;
b) Dacă $x \geq \sqrt{2}$ și $y \geq \sqrt{2}$, arătați că $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq \sqrt{2}$;
c) Determinați $x, y \in \mathbb{R}$ care îndeplinesc simultan egalitățile: $2x = y + \frac{2}{y}$ și $2y = x + \frac{2}{x}$.
- (20p) 10. Tetraedrul SABC are toate fețele laterale triunghiuri neisoscele, congruente între ele. Demonstrați că baza are aceeași arie cu o față laterală.