CONCURSUL „ARGUMENT”
Baia Mare, 7 noiembrie 2015

CLASA a VII-a

La problemele 1-8, scrieți pe foaie doar litera corespunzătoare răspunsului corect.

(5p) **1.** Numărul divizorilor numărului $a=2^8\cdot 3^{10}\cdot 5^9$ care sunt multipli de 4 este:
a) 2013 b) 770 c) 540 d) 990

(5p) **2.** Suma soluțiilor ecuației $\left|2-|x+1|\right|=2$ este:
a) -1 b) -5 c) -3 d) alt răspuns

(5p) **3.** Ce număr trebuie șters dintre numerele $-101,-100,-99,-98,\ldots,-1$ astfel încât media aritmetică a numerelor rămase să fie $-51,02$:
a) -60 b) -51 c) -49 d) -41

(5p) **4.** Modulul numărului $a=4\left(-3^{100}+3^{101}-3^{102}+3^{103}-\ldots+3^{199}\right):\left(-9^{50}\right)$ este:
a) $2\left(3^{100}-1\right)$ b) $3^{100}-1$ c) $2\left(3^{99}-1\right)$ d) $3^{100}+1$

(5p) **5.** Produsul a 50 de numere întregi consecutive este 0. Cea mai mică valoare a sumei celor 50 de numere este:
a) -1225 b) -1250 c) Oricât de mică d) 0

(5p) **6.** Printr-un punct din interiorul paralelogramului $ABCD$ se duc paralele la laturile paralelogramului. Dacă $AB=3cm$ și $BC=4cm$ atunci perimetrul patrulaterului determinat de centrele celor 4 paralelograme în care s-a descompus paralelogramul inițial este:
a) $0,14m$ b) $8cm$ c) $70mm$ d) $0,9dm$

(5p) **7.** In paralelogramul $ABCD$, I este intersecția bisectoarelor ΔABC. Dacă $m\left(\widehat{AIC}\right)=115^\circ$ atunci $m\left(\widehat{DAB}\right)$ este:
a) 130° b) 115° c) 65° d) 100°

(5p) **8.** În dreptunghiul $ABCD$, distanța de la A la BD este $2cm$. Dacă $m(\sphericalangle DAC)=5m(\sphericalangle BAC)$ atunci AC^2+BD^2 este:
a) $32cm$ b) $72cm$ c) $60cm$ d) $128cm$

La problemele 9 și 10 redactați rezolvările complete.

(15p) **9. a)** Să se arate că o sumă de numere naturale nenule consecutive formată din cel puțin doi termeni are cel puțin un divizor impar mai mare decât 1.

(10p) **b)** Demonstrați că un număr natural se poate scrie ca o sumă de cel puțin două numere naturale nenule consecutive dacă și numai dacă numărul nu este o putere a lui 2.

(25p) **10.** În rombul $ABCD$ bisectoarea $\sphericalangle ADB$ intersectează dreapta AC în I iar bisectoarea $\sphericalangle ACD$ intersectează dreapta BD în J. Dacă $BI\perp AJ$ calculați măsura unghiului $\sphericalangle BAD$ și demonstrați că $IJ \parallel AD$.

Notă: Timpul de lucru este 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectele au fost propuse și selectate de prof. Florin Bojor,
Colegiul Național „Gheorghe Șincai”

SUCCES !

BAREM – clasa a VII-a

1	2	3	4	5	6	7	8
770 (**B**)	**-3** (**C**)	**-49** (**C**)	**3^{100} - 1** (**B**)	**-1225** (**A**)	**70mm** (**C**)	130^{o} (**A**)	$128cm$ (**D**)

9. a) Fie $a, p \in \mathbb{N}^*$ atunci

$S = a + (a+1) + ... + (a+p) = \dfrac{(2a+p)(p+1)}{2}$ 5p

Dacă p este numar par atunci $p+1$ este impar deci $(p+1) | S$ și $p+1>1$....5p

Dacă p este numar impar atunci $2a+p$ este impar deci $(2a+p) | S$ și $2a+p>1$ 5p

b) Dacă numarul se poate scrie ca o sumă de cel puțin două numere naturale nenule atunci din **a.** numărul are un divizor impar mai mare decât 1 deci nu poate fi putere a lui 2..2p

Dacă numărul nu este o putere a lui 2 atunci el este de forma $2^k(2p+1), k \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}^*$

Dacă $2^k > p$ atunci $(2^k - p) + (2^k - p + 1) + ... + (2^k + p) = 2^k(2p+1)$..............4p

Dacă $2^k \le p$ atunci $(p - 2^k + 1) + (p - 2^k + 2) + ... + (2^k + p) = 2^k(2p+1)$..........4p

10. Notăm $BI \cap AJ = \{M\}$

a) I este intersecția bisectoarelor deci (BI este bisectoare unghiului $\sphericalangle ABD$, analog (AJ este bisectoarea $\sphericalangle CAD$ 10p

Atunci $m(\sphericalangle IBO) = 90^\circ - m(\sphericalangle BIO) = 90^\circ - m(\sphericalangle AIM) = m(\sphericalangle OAM)$.............. 5p

$m(\sphericalangle ABC) = 4m(\sphericalangle IBO) = 4m(\sphericalangle AIM) = m(\sphericalangle BAD) = 90^\circ$ 5p

Deoarece I este ortocentrul triunghiului ABJ avem $JI \perp AB$ deci $JI \parallel AD$.......5p

.

.