CONCURSUL „ARGUMENT”
Baia Mare, 7 noiembrie 2015

CLASA a V-a

La problemele 1 – 8 se scriu pe foaia de concurs doar literele corespunzătoare răspunsului considerat corect. Fiecare problemă are un singur răspuns corect.

(5p) **1.** Dacă $2014-(2016-a)=2013$, atunci a este:

a) 1215 b) 2015 c) 4027 d) 1

(5p) **2.** Numărul $\left(125^{10}\cdot 3^{75}-27^{25}\cdot 25^{15}+2^4+4^2\right)^2$ este egal cu:

a) 810 b) 1001 c) 2002 d) 1024

(5p) **3.** Numărul numerelor mai mari ca 1000 şi mai mici ca 2015, care dau restul 9 la împărţirea cu 10 este:

a) 99 b) 101 c) 45 d) 88

(5p) **4.** Restul împărţirii numărului $\overline{aabb}$ la 11 este:

a) 10 b) 5 c) 0 d) 1

(5p) **5.** Dacă a, b şi c sunt numere naturale astfel încât $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}=55$, atunci numărul $\overline{a1b}+\overline{b2c}+\overline{c3a}$ este egal cu:

a) 665 b) 1155 c) 565 d) 150

(5p) **6.** Dacă a şi b sunt numere naturale astfel încât $ab+b=85$, atunci cea mai mică valoare posibilă pentru $a+b$ este:

a) 20 b) 10 c) 85 d) 21

(5p) **7.** Ultima cifră a numărului $a=(1+3+5+\cdots+2015)^{1+2+3+4+5+\cdots+2016}$ este:

a) 5 b) 9 c) 6 d) 0

(5p) **8.** Suma cifrelor numărului $a=\left(2^{98}+2^{102}\right)\left(5^{99}+5^{101}\right)$ este:

a) 5 b) 10 c) 20 d) 30

La următoarele probleme se cer soluţiile complete, care se trec pe foaia de concurs.

9. Fie a şi b două numere naturale. Împărţind numărul a la numărul b obţinem câtul 4 şi restul 50.

(10p) **a)** Arătaţi că numărul $2a-8b+25$ este cub perfect;

(10p) **b)** Determinaţi numărul perechilor (a,b), dacă în plus $a+11b\le 2015$.

(10p) **10. a)** Arătaţi că printre numerele $1,2,3,\cdots,15,16$ există exact un număr x astfel încât $16+x$ să fie pătrat perfect.

(10p) **b)** Arătaţi că numerele $1,2,3,\cdots,15,16$ nu pot fi aranjate pe un cerc astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie pătrat perfect;

(10p) **b)** Arătaţi că numerele $1,2,3,\cdots,15,16$ pot fi aranjate pe o dreaptă astfel încât suma oricăror două numere vecine să fie pătrat perfect.

Notă: Timpul de lucru este 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Subiectele au fost propuse şi selectate de prof. Nicolae Muşuroia,
Colegiul Naţional „Gheorghe Şincai”

SUCCES !

BAREM clasa a V-a

1. (b) $a = 2015$

2. (d) $\left(125^{10} \cdot 3^{75} - 27^{25} \cdot 25^{15} + 2^4 + 4^2\right)^2 = \left(2^4 + 4^2\right)^2 = 1024$

3. (b) $1000 < 10k + 9 < 2015 \Rightarrow 991 < 10k < 2006 \Rightarrow k \in \{100, 101, \cdots 200\} \Rightarrow 101$ numere

4. (c) $\overline{aabb} = 1100a + 11b = 11(100a + b) \Rightarrow r = 0$

5. (c) $\overline{a1b} + \overline{b2c} + \overline{c3a} = 101(a+b+c) + 60 = 101 \cdot 5 + 60 = 565$

6. (d) $b(a+1) = 5 \cdot 17$. Avem cazurile:

1) $\begin{cases} b = 1 \\ a+1 = 85 \end{cases} \Rightarrow a + b = 85$ 2) $\begin{cases} b = 5 \\ a+1 = 17 \end{cases} \Rightarrow a + b = 21$

3) $\begin{cases} b = 17 \\ a+1 = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = 21$ 4) $\begin{cases} b = 85 \\ a+1 = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 85$

Deci valoarea minimă este 21.

7. (c) $a = (1 + 3 + 5 + \cdots + 2015)^{1+2+3+4+5+\cdots+2016} = \left(1008^2\right)^{1008 \cdot 2017} = (\cdots 4)^{1008 \cdot 2017}$, deci $u(a) = 6$

8. (a) $a = \left(2^{98} + 2^{102}\right)\left(5^{99} + 5^{101}\right) = 2^{99} \cdot 5^{99} \cdot 13 \cdot 17 = 221 \cdot 10^{99}$, deci suma cifrelor este 5.

9. a) $a = 4b + 50, b \geq 51$..................................$5p$

$2a - 8b + 25 = 125 = 5^3$............................$5p$

b) $\begin{cases} a = 4b + 50 \\ a + 11b \leq 2015 \end{cases} \Rightarrow 15b \leq 1965$..................$5p$

$51 \leq b \leq 131 \Rightarrow 131 - 50 = 81$ *perechi*......$5p$

10.a) $x = 9 \Rightarrow 16 + 9 = 5^2$..................................$5p$

$16 + x = k^2 \geq 36 \Rightarrow x \geq 20\ (F)$.................$5p$

b) Din a) rezultă că 16 nu poate avea două numere vecine dintre numerele $1, 2, 3, \cdots, 15, 16$ cu care adunate să dea pătrate perfecte, deci pe un cerc nu se poate realiza cerinţa.

c) Din a) rezultă că 16 trebuie pus în capete. Un astfel de aranjament este:

$16, 9, 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, 6, 10, 15, 1, 8$.